Арифметика и коды чисел

Прочитайте каждый раздел и сразу выполните небольшое задание в конце. Ответы вводите прямо в поля. После завершения нажмите кнопку «Отправить работу — сохранить PDF».

ФИО

Бугакова Кристина Максимовна

Группа

ИС 25/9-1

Дата

2026-09-24

1

Как компьютер представляет числа

Человек чаще использует десятичную систему счисления, а цифровая вычислительная техника работает с битами — двумя состояниями, которые условно записывают как `0` и `1`.

Например:

```
13₁₀ = 1101₂
25₁₀ = 11001₂
```

Важно: одна и та же последовательность битов может означать разные значения в зависимости от того, как её интерпретировать.

```
11111111₂

как 8-битное беззнаковое число = 255
как 8-битное знаковое число в дополнительном коде = -1
```

> Поэтому процессору недостаточно просто получить набор битов: нужно знать формат данных и разрядность числа.

Задание 1

Переведите число $\mathbf{10_{10}}$ в двоичную систему.

Ваш ответ

10/2=5 0
5/2=2 1
2/2=1 0
1/2=0 1
Ответ: 1010(2)

2

Двоичное сложение

Двоичные числа складываются по тем же разрядам, что и десятичные, но возможны только цифры 0 и 1.

```
0 + 0 = 0
0 + 1 = 1
1 + 0 = 1
1 + 1 = 10
1 + 1 + 1 = 11
```

Если получается 10_2, в текущем разряде записывается 0, а 1 переносится в следующий разряд.

```
   1011
 + 0110
 -------
  10001
```

Проверка: $1011_2 = 11_{10}$, $0110_2 = 6_{10}$, поэтому результат $10001_2 = 17_{10}$.

Задание 2

Выполните сложение: **1010_2 + 0101_2**.

Ваш ответ

1010(2)
+
0101(2)
=1111(2)
Ответ: 1111(2)

3

Двоичное вычитание

При вычитании действуют простые правила:

```
0 - 0 = 0
1 - 0 = 1
1 - 1 = 0
10 - 1 = 1
```

Если в текущем разряде единицы недостаточно, выполняется заём из старшего разряда.

```
  10110
- 00111
-------
  01111
```

Проверка: `22 - 7 = 15`.

В процессоре вычитание часто удобно свести к сложению:

```
A - B = A + (-B)
```

Для этого отрицательное число представляют специальным кодом.

Задание 3

Вычислите: **$1010_2 - 0011_2$**.

Ваш ответ

1010(2)
-
0011(2)
= 0111(2)

4

Двоичное умножение

Умножение выполняется аналогично привычному умножению столбиком.

```
0 × 0 = 0
0 × 1 = 0
1 × 0 = 0
1 × 1 = 1
```

Пример:

```
      1011
    × 0101
    ------
      1011
     0000
    1011
   0000
   -------
    110111
```

`1011₂ = 11`, `0101₂ = 5`, а `110111₂ = 55`.

Сдвиг двоичного беззнакового числа влево на один разряд соответствует умножению на 2, если результат помещается в доступную разрядность.

Задание 4

Умножьте: **$101_2 \times 10_2$**.

Ваш ответ

101
*10
=
 000
101
= 1010(2)

5

Деление и двоичные сдвиги

Для беззнаковых двоичных чисел сдвиг вправо на один разряд соответствует целочисленному делению на 2.

```
11010₂ = 26₁₀

11010 >> 1 = 01101₂

01101₂ = 13₁₀
```

При логическом сдвиге вправо освободившиеся старшие разряды заполняются нулями. Для знаковых чисел процессор может использовать арифметический сдвиг, который сохраняет знак числа.

Задание 5

Выполните логический сдвиг вправо на один разряд: **10100_2 >> 1**.

Ваш ответ

10100_2 >> 1=1010(2)

6

Зачем нужны коды отрицательных чисел

Для положительного числа достаточно обычной двоичной записи:

```
+13 = 00001101
```

Но память компьютера не хранит отдельный символ «минус». В регистре всё равно находятся только биты. Поэтому нужно правило, по которому определённая комбинация битов будет означать отрицательное число.

При изучении архитектуры ЭВМ рассматривают три варианта:

- прямой код;
- обратный код;
- дополнительный код.

В современных процессорах для знаковых целых чисел основное значение имеет дополнительный код.

Задание 6

Объясните одним-двумя предложениями, зачем компьютеру нужен специальный способ записи отрицательных чисел.

Ваш ответ

Память компьютера не хранит отдельный символ «минус». В регистре всё равно находятся только биты. Поэтому нужно правило, по которому определённая комбинация битов будет означать отрицательное число.

7

Прямой код

В прямом коде старший бит используется как знак:

```
0xxxxxxx — положительное число
1xxxxxxx — отрицательное число
```

Например, в 8-разрядной записи:

```
+13 = 00001101
-13 = 10001101
```

Оставшиеся семь битов содержат модуль числа. Недостаток такого способа — два варианта нуля:

```
00000000 = +0
10000000 = -0
```

Кроме того, арифметические схемы должны отдельно учитывать знак операндов.

Задание 7

Запишите **-5** в 8-битном прямом коде.

Ваш ответ

1000 0101(2)=-5

8

Обратный код

Положительные числа записываются как обычно. Для получения отрицательного числа все биты положительного представления инвертируются.

```
+13 = 00001101

инверсия:
      11110010

-13 в обратном коде = 11110010
```

У обратного кода также существуют два нуля:

```
00000000 = +0
11111111 = -0
```

Задание 8

Получите 8-битный обратный код числа **-5**.

Ваш ответ

0000 0101(2)=5
1111 1010(2)=-5

9

Дополнительный код

Дополнительный код — основной способ представления знаковых целых чисел в современных двоичных вычислительных системах.

Чтобы получить отрицательное число:

1. запишите положительное число в нужной разрядности;
2. инвертируйте все биты;
3. прибавьте 1.

Пример для **-13**:

```
+13        00001101
инверсия   11110010
+ 1        00000001
-------------------
-13        11110011
```

> Короткое правило: дополнительный код отрицательного числа = инверсия битов модуля + 1.

Задание 9

Запишите **-12** в 8-битном дополнительном коде.

Ваш ответ

12(10)
12/2=6 0
6/2=3 0
3/2=1 1
1/2=0 1
1100(2)
0000 1100(2)
1111 0011
+
0000 0001
= 1111 0100

10

Арифметика в дополнительном коде

Главное преимущество дополнительного кода — положительные и отрицательные числа можно складывать одной и той же двоичной схемой.

Рассмотрим **7 + (-5)**.

```
+7 = 00000111

+5          00000101
инверсия    11111010
+1          11111011
-5          11111011

  00000111
+ 11111011
----------
1 00000010
```

При 8-битной арифметике крайний перенос за пределы разрядной сетки отбрасывается. Остаётся `$00000010_2 = 2$`.

Задание 10

Используя 8-битный дополнительный код, вычислите: **5 + (-3)**.

Ваш ответ

0000 0101(2)=5(10)
0000 0011(2)=3(10)

0000 0011
1111 1100

1111 1100
+
0000 0001
=
1111 1101(2)=-3(10)
0000 0101
+
1111 1101
=
1 0000 0010
Ответ: 1 0000 0010(2)

11

Как прочитать отрицательное число в дополнительном коде

Если старший бит знакового числа равен 1, число отрицательное. Чтобы определить его модуль, можно выполнить обратное преобразование: инвертировать биты и прибавить 1.

```
11111011

инверсия:
00000100

+1:
00000101 = 5

значит:
11111011 = -5
```

Задание 11

Определите десятичное значение 8-битного числа **11111110** в дополнительном коде.

Ваш ответ

1111 1110(2)
0000 0001
+
0000 0001
+
0000 0010(2)=2(10)

12

Диапазон представимых чисел

Количество битов определяет, какие значения можно хранить.

Для беззнакового **n-битного** числа:

$$0 \ldots 2^n - 1$$

Для знакового числа в дополнительном коде:

$$-2^{n-1} \ldots 2^{n-1} - 1$$

Разрядность	Без знака	Со знаком, дополнительный код
8 бит	0 ... 255	-128 ... 127
16 бит	0 ... 65 535	-32 768 ... 32 767
32 бита	0 ... 4 294 967 295	-2 147 483 648 ... 2 147 483 647

Задание 12

Укажите диапазон **4-битного беззнакового** числа.

Ваш ответ

0..2^4=16-1=15

13

Арифметическое переполнение

Разрядность регистра ограничена. Если математический результат нельзя представить в заданном количестве битов, возникает переполнение.

В 8-битном дополнительном коде максимальное положительное число — 127:

```
01111111 = 127

  01111111
+ 00000001
----------
  10000000
```

Но `10000000` в 8-битном дополнительном коде означает -128. Математический результат 128 не помещается в диапазон `-128 ... 127`.

Задание 13

Будет ли переполнение при сложении двух 8-битных знаковых чисел: **100 + 20**?

Ваш ответ

Нет, переполнение не будет. 8-битное знаковое число хранится в диапазоне от -128 до 127.
Сумма 100+20=120
100+20=120 это значение укладывается в этот диапазон, поэтому результат корректно поместится в 8 бит.

14

Перенос и переполнение — разные события

При беззнаковой арифметике важен перенос из старшего разряда. Например:

```
  11111111
+ 00000001
----------
1 00000000
```

В 8 битах останется `00000000`, а единица окажется за пределами регистра. Это перенос.

Для знаковой арифметики в дополнительном коде отдельно отслеживается переполнение — ситуация, когда знаковый математический результат не помещается в заданную разрядность.

> В архитектуре x86 эти ситуации отражаются разными флагами: CF связан с переносом/заёмом для беззнаковой арифметики, а OF — с переполнением знаковой арифметики.

Задание 14

Какой флаг в x86 связан со знаковым переполнением: **CF** или **OF**?

Ваш ответ

OF (Overflow Flag) - флаг, связанный со знаковым переполнением в архитектуре x86.

15

Расширение знака

Иногда число нужно перенести из регистра меньшей разрядности в регистр большей разрядности.

Для положительного числа старшие разряды заполняются нулями:

```
8 бит:   00000101
16 бит:  00000000 00000101
```

Для отрицательного числа в дополнительном коде копируется знаковый бит:

```
-5, 8 бит:
11111011

-5, 16 бит:
11111111 11111011
```

Так сохраняется числовое значение.

Задание 15

Расширьте 8-битное число **11111110** до 16 бит с сохранением знака.

Ваш ответ

11111110(8 бит)-11111111 11111110(16 бит)

16

Двоично-десятичный код BCD

В BCD каждая десятичная цифра кодируется отдельно четырьмя битами.

```
5 → 0101
9 → 1001

59 в BCD:
0101 1001
```

Это не то же самое, что обычная двоичная запись числа 59:

$59_{10} = 00111011_2$

59 в BCD = 0101 1001

BCD удобен там, где важно работать именно с десятичными цифрами.

Задание 16

Запишите число **42** в BCD.

Ваш ответ

4-0100
2-0010
42-0100 0010

17

Целые и вещественные числа

Целые числа могут интерпретироваться как беззнаковые или знаковые. Для знаковых целых чисел широко используется дополнительный код.

Но дробные и очень большие или очень маленькие значения удобно представлять с плавающей точкой. В распространённом двоичном формате число разбивается на части:

- знак;
- порядок;
- значащая часть.

Например, стандарт IEEE 754 описывает форматы двоичной арифметики с плавающей точкой. Подробное устройство таких чисел рассматривается отдельно в теме о формах представления чисел в ЭВМ.

Задание 17

Что лучше подходит для хранения значения **3,14159**: целое число или число с плавающей точкой?

Ваш ответ

Для хранения значения 3,14159 лучше подходит число с плавающей точкой.

Значение
3,14159 — дробное, поэтому для его хранения нужен тип, который поддерживает дробную часть. Целые числа подходят только для значений без дробной части.

18

АЛУ и флаги результата

Арифметико-логическое устройство (АЛУ) процессора выполняет арифметические и логические операции над двоичными операндами.

```
5 = 00000101
3 = 00000011

00000101 + 00000011
          ↓
      00001000
          ↓
           8
```

После операции процессор может изменить флаги состояния. В x86 среди них:

- **CF** — перенос/заём;
- **ZF** — результат равен нулю;
- **SF** — знак результата;
- **OF** — знаковое переполнение.

Эти признаки позволяют следующим машинным инструкциям анализировать результат вычисления.

Задание 18

Какой флаг устанавливается, если результат арифметической операции равен нулю?

Ваш ответ

ZF

Перед сдачей

✓ Указаны ФИО и группа.

✓ Заполнены ответы после каждого раздела.

✓ В вычислениях указаны промежуточные действия там, где они требуются.

После нажатия кнопки откроется окно печати. Выберите «Сохранить как PDF». В PDF попадут все ваши ответы полностью.